

第8回組合せ論若手研究集会 招待講演アブストラクト

2012年2月22日(水)~24日(金)
慶應義塾大学矢上キャンパス
14棟想創館2階14-203番教室(セミナールーム3)

2月22日(水) 14時~ 谷川眞一氏(京都大学)

「グラフの剛性判定問題」

伸び縮みのしない m 本の棒部材が n 個のジョイントで結合された2次元フレームワーク(いわゆる平面トラス構造)が剛であるためには $m \geq 2n - 3$ が必要条件であり, 同様に3次元の場合, 条件 $m \geq 3n - 6$ が必要である. この条件は1864年にJ.C.Maxwellによって発表された古典的事実であり, 機械工学や物理分野においてMaxwellの条件として広く知られている. この条件において m と n がいずれも構造物の組合せ的性質である事は着目すべき点であり, 構造物の剛性がそのトポロジー(棒とジョイントの接続関係表すグラフ)に大きく依存している事を示唆している. 実際, 殆ど全ての場合において2次元フレームワークの剛性は非常に単純なグラフの性質によって特徴付けされる事がMaxwellの結果から約100年後の1970年にLamanによって証明されている. しかしながらMaxwell/Lamanの条件を一般次元に拡張したものは, 必要だが十分条件とはならず, 高次元フレームワークに対してLamanの結果に対応する定理は未だ知られていない.

上記のフレームワークをユークリッド空間に埋め込まれたグラフとみなすことで, 空間に埋め込まれたグラフの剛性が定まる. 埋込みが一般的(頂点座標値の集合が有理数体上で代数的に独立)ならば, 剛性は埋込みに依らないことがAsimov and Roth(1978)によって知られており, このことから一般的埋込みを仮定することでグラフの剛性が定義できる. Lamanの定理はグラフの2次元剛性に対する良い特徴付けを与えており, 多項式時間判定が可能である. 一方, 3次元以上の剛性に対しては上記のとおり良い特徴付けは知られておらず, グラフの3次元剛性が多項式時間で判定可能かもまた未解決問題である.

本講演では, Tay and Whiteley(1985)およびLovász and Yemini(1982)によるLamanの定理の別証を通して, グラフ剛性の基本的性質を解説する. さらに3次元剛性に関する部分的成果や, 近年活発に研究が行われている対称性を有するグラフの剛性についても紹介したい.

2月23日（木）14時～ 金子知適氏（東京大学）

「コンピュータ将棋の技術と進歩」

コンピュータ将棋は、次の一手を選ぶ際に主に二つの要素技術を組み合わせて思考します。一つは「探索」で、様々な指手の組み合わせを漏れなく調べあげます。将棋は有限のゲームなので、理論上は沢山の時間をかければ、勝ち負けを探索で読み切って必勝法を得ることができます。しかし現実的な時間では、せいぜい20手30手くらいしか先を読むことができません。そこで、もう一つの重要な要素である「評価関数」を用いて、様々な未来の局面の好ましさを、すなわち勝ちやすさを大雑把に判断しています。この判断は、人間の直感のように瞬時に行うもので、判断を誤る局面も沢山あります。このような背景で、勝つためには、評価関数の精度を少しでも高めて相手より正確な判断を行うことと、探索を効率化して1手でも相手より先を読むことの二点が重要となっています。長らくコンピュータ将棋の強さは探索に偏っているとされてきましたが、将棋の熟達者の棋譜から自動的に学ぶ機械学習という技術の発展により、評価関数の正確さは大きく改善しました。その結果、ここ数年でコンピュータ将棋の棋力は飛躍的に向上し、プロ棋士との対局も企画されています。この講演では、難しかった人間の模倣がどのようにして可能になったかを中心に、コンピュータ将棋や他のゲームで用いられている技術を紹介いたします。

2月24日（金）14時～ 谷口哲至氏（松江工業高等専門学校）

「ライングラフとその固有値問題」

ライングラフの最小固有値が -2 以上であることは良く知られている。これにより、最小固有値によるグラフの階層構造を知ろうという問題が自然と生じるのだが、(良く知られている)ライングラフの構成法では最小固有値が -2 よりも小さいグラフを構成する事はできない。そこでR. WooとA. Neumaier [1]は、グラフの「辺」を「点」で置き換えるという単純な作業であるライングラフの構成法を高度に一般化し、最小固有値が -2 よりも小さいグラフの構成法を定式化した。[1]では、最小固有値 $-1 - \sqrt{2}$ 以上のグラフが分類されている。それには(9種類の)ホフマンガラフと呼ばれる特別なグラフ達の和の概念が用いられており、そこにホフマンガラフの既約性が生じる。これこそ最小固有値によるグラフの階層構造を解明する道であり、更に階層を降りる為にもっと多くのホフマンガラフを知る必要がある。

本講演では、グラフの最小固有値問題についてその歴史、及びこれまでの成果を紹介する。

References

- [1] R. Woo and A. Neumaier, *On graphs whose smallest eigenvalue is at least $-1 - \sqrt{2}$* , Linear Algebra Appl. 226-228 (1995), 577-591.